***VÝROKY A OPERACE S NIMI***

K implikaci „Je-li číslo dělitelné třemi, pak je ciferný součet čísla dělitelný třemi.“

1. utvořte negaci, obměněnou a obrácenou implikaci,
2. stanovte jejich pravdivostní hodnoty.

Je dán výrok: „Číslo je dělitelné šesti, právě když je dělitelné dvanácti.“ Určete druh složeného výroku a posuďte jeho pravdivost.

Výrok „Rovnice  má v množině *C* …………….. tři kořeny.“ Doplňte tak, aby byl výrok pravdivý a jeho pravdivost pak ověřte.

Vyšetřete průběh funkce .

* *výrokový počet*
* *dělitelnost v N*
* *reciproké rovnice jako zvláštní případ algebraických rovnic*
* *užití diferenciálního počtu k vyšetřování průběhu funkce*

***DŮKAZOVÉ METODY V MATEMATICE***

Dokažte, že pro všechna  nabývá výraz  jedině kladných hodnot.

Dokažte, že pro všechna je výraz  dělitelný osmi.,

Dokažte větu .

Posloupnost je dána rekurentně: . Vypočítejte prvních šest členů posloupnosti, odhadněte vzorec pro *n*-tý člen a dokažte jeho správnost.

Tvoří-li kladná reálná čísla  tři po sobě následující členy geometrické posloupnosti, potom jejich dekadické logaritmy tvoří tři po sobě následující členy aritmetické posloupnosti. Dokažte.

* *důkazové metody*
* *kvadratická funkce, rovnice, nerovnice*
* *dělitelnost v oboru přirozených čísel*
* *posloupnosti*

***KOMPLEXNÍ ČÍSLA***

Řešte rovnici a) , b)  v *R* a v *C*.

Pro  vyjádřete kořeny v algebraickém i goniometrickém tvaru.

Kořeny znázorněte v Gaussově rovině.

Charakterizujte mnohoúhelník, jehož vrcholy jsou obrazy kořenů dané rovnice a řešte úlohy o tomto mnohoúhelníku.

* *algebraický a goniometrický tvar komplexních čísel*
* *Gaussova rovina*
* *goniometrické funkce sinus a kosinus*
* *pravidelné mnohoúhelníky*

***ALGEBRAICKÉ VÝRAZY***

Je dán výraz .

1. Určete hodnotu .
2. Určete definiční obor výrazu a výraz upravte.
3. Vyšetřete průběh funkce .
4. Z grafu funkce  odvoďte grafy funkcí , .

* *odmocniny a mocniny s racionálním mocnitelem*
* *lineární lomená funkce*
* *analytická geometrie hyperboly*
* *absolutní hodnota reálného čísla*

***ROVNICE, NEROVNICE A SOUSTAVY ROVNIC A NEROVNIC S ABSOLUTNÍ HODNOTOU***

V *R* řešte početně i graficky rovnice a) , b) .

Je dána binární relace . Určete její obory, rozhodněte, zda je reflexivní, symetrická, tranzitivní. Nakreslete její graf a pojednejte o ní.

Určete vzdálenost

a) bodu  od přímky ,

b) bodu  od roviny .

* *definice absolutní hodnoty a její geometrický význam*
* *kartézský součin, binární relace, zobrazení*
* *čtyřúhelníky*
* *metrické vlastnosti*

***POLYNOMICKÉ, RACIONÁLNÍ A MOCNINNÉ FUNKCE***

Jsou dány funkce , . Načrtněte grafy těchto funkcí, uveďte jejich vlastnosti.

Proveďte rozbor křivky, která je grafem funkce.

Určete obsah obrazce ohraničeného oblouky dvou křivek, které jsou grafy funkcí .

* *kvadratická funkce*
* *analytická geometrie kvadratických útvarů*
* *řešení soustavy rovnic*
* *určitý integrál - zavedení pojmu, geometrický význam, Newton - Leibnitzova věta*

***EXPONENCIÁLNÍ A LOGARITMICKÉ ROVNICE, NEROVNICE A FUNKCE***

Načrtněte grafy funkcí , ,  využitím grafu funkce .

K funkcím  určete funkci inverzní (předpis, graf, vlastnosti).

Řešte v *R*:

a) 

b) 

c) 

Vypočítejte obsah obrazce ohraničeného grafy funkcí , a přímkami , .

* *shodná zobrazení*
* *vlastnosti funkcí*
* *inverzní funkce*
* *využití integrálního počtu*

***POSLOUPNOSTI A ŘADY***

Sestrojte rovnostranný trojúhelník *ABC*, pro který platí , kde *r* je poloměr kružnice trojúhelníku opsané.

Určete délku strany, výšku, poloměr kružnice trojúhelníku vepsané.

Nad výškou rovnostranného trojúhelníka *ABC*  je sestrojen další rovnostranný trojúhelník. Nad jeho výškou je opět sestrojen rovnostranný trojúhelník, atd. Postup se stále opakuje. Jaké hodnotě se blíží součet obsahů (obvodů) uvažovaných trojúhelníků?

Rovnostranný trojúhelník a kružnice jemu opsaná tvoří řez kulové plochy a do ní vepsaného rotačního kužele. Určete poměr objemů (povrchů) těchto těles.

* *konstrukční úloha - její části*
* *trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku*
* *nekonečná geometrická řada*
* *objemy a povrchy těles*

***ŘEŠENÍ KOMBINATORICKÝCH ÚLOH***

Ověřte, zda platí .

Platí, že rovnici  splňuje více než 100 kombinačních čísel?

Matematickou indukcí dokažte: 

Bod *E* je středem strany *BC* v obdélníku *ABCD*. Kolik trojúhelníků je body *A*, *B*, *C*, *D*, *E* určeno? Některé z nich jsou shodné – jaký největší počet jich lze vybrat, aby žádné dva shodné nebyly?

* *faktoriály a kombinační čísla – definice, vlastnosti*
* *důkazové metody*
* *kombinatorická pravidla*
* *trojúhelníky a čtyřúhelníky*

***ZÁKLADNÍ POJMY PLANIMETRIE***

Je dána kružnice . Zvolte bod *M* tak, aby platilo . Z bodu *M* sestrojte tečny  ke kružnici *k*; body dotyku označte . Vypočítejte (synteticky, resp. analyticky)

1. délky úseček ,
2. vzdálenost středu *S* kružnice *k* od úsečky ,
3. odchylku tečen ,
4. obsah čtyřúhelníku .

Sestrojte kružnici *l*, která se dotýká přímek  a má s kružnicí *k* vnější dotyk.

* *kružnice, kruh a jejich části*
* *goniometrické funkce ostrého úhlu*
* *Pythagorova věta a věty Eukleidovy*
* *stejnolehlost kružnic*

***METRICKÉ VLASTNOSTI V ROVINĚ***

Je dán čtyřúhelník *ABCD*, jehož vrcholy leží na kružnici  tak, že dělí kružnici *k* v poměru 2:3:4:3.

Dokažte, že jeho úhlopříčky jsou k sobě kolmé. Řešte různým způsobem.

Určete druh čtyřúhelníku, uveďte jeho vlastnosti. Vypočtěte velikosti vnitřních úhlů čtyřúhelníku, určete jeho obvod a obsah.

Jakou část kruhu  tvoří čtyřúhelník? Vyjádřete v procentech.

* *vektorová algebra*
* *úhly v kružnici*
* *čtyřúhelníky – rozdělení, vlastnosti*
* *goniometrické funkce sinus a kosinus*

***METRICKÉ VLASTNOSTI V PROSTORU***

Je dána krychle *ABCDEFGH* s hranou délky . Určete konstrukčně i početně (synteticky, resp. analyticky) odchylku rovin *ACF* a *ACH*.

Popište těleso s vrcholy *ACFH*. Rozhodněte o kolmosti jeho protějších hran. Vypočtěte objem a povrch tohoto tělesa.

* *mnohostěny, Platonova tělesa*
* *rovnostranný trojúhelník*
* *vektorová algebra*
* *rovina v analytické geometrii*

***SHODNÁ A PODOBNÁ ZOBRAZENÍ***

Sestrojte a napište rovnici kružnice, která je obrazem kružnice 

1. ve středové souměrnosti dané středem ,
2. v osové souměrnosti dané osou ,
3. v otočení se středem  a úhlem otočení ,
4. v posunutí, které je určeno vektorem 
5. ve stejnolehlosti se středem v bodě  a koeficientem .

* *analytická geometrie kružnice*
* *shodná zobrazení v rovině*
* *stejnolehlost kružnic*

***ANALYTICKÁ GEOMETRIE LINEÁRNÍCH ÚTVARŮ***

Jsou dány body . Dokažte, že určují rovinu.

Napište parametrické vyjádření roviny i obecnou rovnici roviny *KLM* a zobrazte ji v soustavě souřadnic.

Určete pravoúhlý průmět bodu  do roviny *KLM*.

V trojúhelníku *KLM* určete velikosti jeho vnitřních úhlů, vypočítejte jeho obvod a obsah.

* *analytická geometrie roviny*
* *metrické vlastnosti – kolmost, odchylky, vzdálenosti*
* *trojúhelník - definice, pojmy a vlastnosti*

***ANALYTICKÁ GEOMETRIE KVADRATICKÝCH ÚTVARŮ***

Jsou dány kružnice  a . Proveďte diskusi vzájemné polohy kružnic vzhledem k parametru *a*.

Pro  zobrazte kružnice v soustavě souřadnic a sestrojte jejich vnější společné tečny.

Vypočtěte vzdálenost průsečíku těchto tečen od středu kružnice .

* *analytické vyjádření kružnice (elipsy, hyperboly, paraboly)*
* *vzájemná poloha dvou kružnic*
* *stejnolehlost kružnic*
* *trigonometrie pravoúhlého trojúhelníku*